Оптимизационные задачи планирования транспортировки газа

М.Х. Прилуцкий, В.Е. Костюков

Аннотация. В работе обсуждаются вопросы оптимального планирования транспортировки газа. Задачи планирования ставятся как многокритериальные задачи распределения ограниченных ресурсов в иерархических системах транспортного типа. Предлагаются эффективные алгоритмы решения рассматриваемых задач при различных критериях оптимальности (квадратичные, кусочно-постоянные и линейные). Содержательное описание объекта соответствует реальным условиям магистрального газопровода ООО «Сургутгазпром».

Введение

Учет реальных возможностей газотранспортных систем позволяет планировать процессы как добычи газа, так и его транспортировки от газовых промыслов до потребителей. Действующие автоматизированные системы управления реализуют, в основном, информационно-контрольные функции управления и, как правило, не содержат программных модулей, предназначенных для решения оптимизационных задач, возникающих в процессе транспортировки газа [1]. Перспективным направлением работ по повышению эффективности функционирования автоматизированных систем планирования и управления процессом транспортировки газа является разработка и реализация программных систем, позволяющих решать совокупность взаимосвязанных оптимизационных задач планирования и оперативного управления. Решение задач оптимального планирования позволяет согласовывать объёмы газа, поступающего с газовых промыслов, с возможностями многониточных магистральных газопроводов и компрессорных станций, их обслуживающих. Решаться задачи планирования должны с достаточной степенью идеализации, рассматривая лишь параметры, оказывающие основное влияние на функционирование рассматриваемой системы.

1. Содержательное описание проблемы транспортировки газа

Рассматривается сложная система, основными элементами которой являются:

- газовые промыслы, на которых происходит добыча газа,

- компрессорные станции, основным оборудованием которых являются газоперекачивающие агрегаты,

- нитки газопроводов, соединяющие газовые промыслы с компрессорными станциями.

Добытый на газовых промыслах газ поступает в газопровод. Для его движения через определенные расстояния на магистральных газопроводах устанавливаются компрессорные станции, предназначенные для перекачки газа в газопроводе. Компрессорные станции в составе нескольких компрессорных цехов осуществляют очистку газа от примесей (тяжёлые углеводороды, пыль, пары воды). Затем очищенный газ поступает на газоперекачивающие агрегаты компрессорного цеха, который представляет собой группу агрегатов, обслуживающих одну нитку газопровода. Известна «мощность» каждого газоперекачивающего агрегата, а тем самым и предельные возможности каждого газоперекачивающего цеха. Вследствие повышения давления газа после газоперекачивающих агрегатов, температура газа увеличивается, и газ поступает для охлаждения на агрегаты воздушного охлаждения, а затем в нитку газопровода.

Таким образом, схема функционирования процесса транспонирования газа включает в себя добычу газа на газовых промыслах, обладающих ограниченными объёмами добычи газа, транспортировку газа по различным ниткам газопроводов, имеющих ограниченные пропускные способности, прохождение газа через компрессорные станции, каждая из которых в свою очередь обладает ограниченной «мощностью».

Актуальной для подобных систем является следующая задача планирования: при заданных ограничениях на объёмы добычи газа, ограничениях на пропускные способности ниток газопровода и «мощностях» компрессорных станций требуется на заданный период планирования при «штатных» условиях определить максимально возможные объёмы транспортировки газа в существующей системе при минимальных затратах на обслуживание всей системы. Здесь под «штатными» условиями понимаются условия безаварийной работы, при которых любые заданные для элементов системы характеристики могут быть достигнуты.

2. Общая математическая модель

2.1. Исходные параметры модели

Пусть $i=\overline{1,m}$ - номера компрессорных станций; $j=\overline{1,q_{ik}}$ - номера ниток газопровода, соединяющих станцию с номером i со станцией с номером k, $i=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,m}$.

W_{jik} - максимально возможная пропускная способность нитки с номером j, соединяющей станцию i со станцией k, $j=\overline{1,q_{ik}}$, $i=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,m}$.

G_{jik} - максимальная «мощность» цеха компрессорной станции i, обслуживающего j-тую нитку газопровода, соединяющего компрессорные станции с номерами i и k, $j=\overline{1,q_{ik}}$, $i=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,m}$.

Q_i - мощность компрессорной станции с номером i, $i=\overline{1,m}$; c_{jik} - затраты на транспортировку единицы объема газа компрессорным цехом i-ой компрессорной станции, обслуживающим j-тую нитку газопровода, от i-той до k-той компрессорной станции, $j=\overline{1,q_{ik}}$, $i=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,m}$.

V_i - объём газа, который может поступить на компрессорную станцию с номером i с газовых промыслов, которые эта станция обслуживает, $V_i \geq 0$. В случае, если компрессорная станция осуществляет только транзит газа с предыдущих станций, то $V_i=0$, $i=\overline{1,m}$. Будем предполагать, что пропускные способности ниток газопровода и «мощности» цехов измеряются в одних единицах.

2.2. Варьируемые параметры модели

Обозначим через x_{jik} - объём газа, который будет передан по нитке с номером j от компрессорной станции i до компрессорной станции k, $j=\overline{1,q_{ik}}$, $i=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,m}$.

2.3. Ограничения математической модели

$$\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{q_{ik}} x_{jik} \leq Q_i, \qquad i=\overline{1,m}. \tag{1}$$

Т.е. объём газа, передаваемый от компрессорной станции с номером i не должен превышать ее мощности.

$$\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{q_{ik}} x_{jik} = V_i + \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{q_{ki}} x_{jki}, \quad i=\overline{1,m}. \tag{2}$$

Уравнения баланса - объём газа, передаваемый от компрессорной станции с номером i равен объему газа, поступившему на станцию i с газовых промыслов, которые эта станция обслуживает, плюс тот объём газа, который поступит транзитом на станцию с номером i.

$$x_{jik} \leq \min(G_{jik}, W_{jik}) \quad j=\overline{1,q_{ik}}, \quad i=\overline{1,m}, \quad k=\overline{1,m}. \tag{3}$$

Объем газа, передаваемый по нитке газопровода j не должен превышать максимальной «мощности» цеха, обслуживающего эту нитку, и пропускной способности j-той нитки газопровода, соединяющей i-ую и k-ую компрессорные станции.

$$x_{jik} \ge 0, \quad j=\overline{1,q_{ik}}, \quad i=\overline{1,m}, \quad k=\overline{1,m}. \quad (4)$$

естественные условия для переменных.

Построенная общая математическая модель планирования транспортировки газа представляет собой систему линейных ограничений транспортного типа.

2.4. Постановка двухкритериальной задачи планирования

Критерии оптимальности задачи планирования можно формально представить следующим образом:

$$F(X) = \min_{i=\overline{1,m}} \left(\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{q_{ik}} x_{jik}\right) \to \max. \quad (5)$$

Т.е. суммарный объём газа, транспортируемый по газопроводу должен быть как можно больше.

$$Q(X) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{q_{ik}} c_{jik}\, x_{jik} \to \min. \quad (6)$$

И суммарные затраты на транспортировку газа должны быть как можно меньше.

Задача (1)-(6) является двухкритериальной задачей оптимального планирования по критериям максимизации объёма транспортируемого газа и минимизации затрат на его транспортировку.

3. Алгоритмы решения задачи оптимального планирования

3.1. Линеаризация задачи планирования

Ограничения (1)–(4) математической модели являются линейными. Действительно, условия (3) очевидно определяют линейную систему ограничений, т.к. они легко преобразуются к виду

$$x_{jik} \le G_{jik}, \ j=\overline{1,q_{ik}}, \quad i=\overline{1,m}, \quad k=\overline{1,m}. \quad (7)$$

$$x_{jik} \le W_{jik}, \ j=\overline{1,q_{ik}}, \quad i=\overline{1,m}, \quad k=\overline{1,m}. \quad (8)$$

Для линеаризации критерия (5) достаточно ввести одну дополнительную переменную t и m дополнительных неравенств:

$$\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{q_{ik}} x_{jik} \ge t, \quad i=\overline{1,m}. \quad (9)$$

Тогда критерий оптимальности (5) задачи планирования преобразуется к виду:

$$F^*(X) = t \to \max. \quad (10)$$

После проделанных преобразований задача оптимального планирования представляет собой двухкритериальную задачу с линейными ограничениями (1), (2), (4), (7) - (9) и линейными критериями (6), (10). Для ее решения можно предложить различные схемы. Например, сначала найти максимальный объем газа, который система может транспортировать, для чего решить задачу 1 линейного программирования с ограничениями (1), (2), (4), (7) - (9) и критерием (10). Затем определить такой вариант работы системы, при котором будет осуществлен транспорт газа в найденном объеме при минимальных затратах. Для чего надо решить задачу 2 линейного программирования с ограничениями (1), (2), (4), (7) - (8), измененными ограничениями (9): при найденном t^0 - оптимальном значении критерия задачи 1, $\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{q_{ik}} x_{jik} \ge t^0, \quad i=\overline{1,m},$ (9^*) и критерием (6).

Однако такой подход приемлем лишь в случае небольших размеров решаемых задач. Каждая из этих задач имеет $N \approx 2m^2(\max_{ik} q_{ik}) + 3m$ - ограничений и $M \approx m^2 \max_{i,k}(q_{ik})$ - переменных. При реальных значениях исходных параметров работать с матрицами таких размеров затруднительно, даже используя современные средства вычислительной техники.

3.2. Сведение задачи планирования к задаче поиска максимального потока в транспортной сети

Проблему транспортировки газа будем моделировать системой распределения однородного ограниченного ресурса в иерархических системах транспортного типа [2-4]. Рассмотрим ориентированный антирефлексивный граф G(V,A), $A \subseteq V^2$, порядка N. Каждому элементу системы поставим в соответствие вершину графа. На множестве вершин графа V зададим разбиение $V=V_s \cup V_t \cup \{v\}$, где:

V_s – множество вершин, соответствующих источникам ресурса (газовые промыслы),

V_t – множество вершин, соответствующих элементам, передающим ресурс (компрессорные цехи компрессорных станций; трубопроводы, соединяющие компрессорные станции между собой),

v – вершина, соответствующая потребителю ресурса.

Обозначим через:

$Q(i) = \{ j \mid (i, j) \in A, j \in V \}$ - множество вершин графа, непосредственно следующих после вершины i, $i \in V$;

$R(j) = \{ i \mid (i, j) \in A, i \in V \}$ - множество вершин, непосредственно предшествующих вершине j, $j \in V$.

Будем предполагать, что $Q(v)=\varnothing$; $R(j)=\varnothing$, если $j \in V_s$.

Пусть x_i, $i \in V$, - количество ресурса, соответствующее i-му элементу системы (количество "распределяемого" ресурса для источника, "передаваемого" ресурса для передающего элемента и "потребляемого" ресурса для потребителя ресурса). Исходя из природы распределяемого ресурса (минимальные и максимальные объёмы ресурса), величины x_i могут быть ограничены как сверху, так и снизу:

$$0 \le B_i \le x_i \le C_i < \infty, \ i \in V. \quad (11)$$

Обозначим через y_{ij} количество ресурса, передаваемое по дуге (i,j) (количество ресурса, передаваемого по системе трубопроводов, соединяющих соответствующие элементы рассматриваемой системы), $(i,j) \in A$. Каждой дуге поставим в соответствие величины l_{ij} и p_{ij}, соответственно, нижняя и верхняя границы сегмента допустимых значений y_{ij} (ограниченные пропускные способности системы газопроводов, соединяющих соответствующие элементы системы), $(i,j) \in A$. Тогда ограничения на величины ресурса, передаваемого по дугам, определяются системой ограничений:

$$0 \le l_{ij} \le y_{ij} \le p_{ij} < \infty, \ (i,j) \in A. \quad (12)$$

В вершинах должны выполняться естественные условия сохранения ресурса.

Для вершины - потребителя ресурса и передающих элементов, количество ресурса им соответствующее, должно равняться суммарному объёму ресурса, который поступит в эти вершины:

$$\sum_{j \in R(i)} y_{ji} = x_i, \ i \in V \backslash V_s. \quad (13)$$

Для элементов – источников ресурса и передающих элементов, количество ресурса им соответствующее, должно равняться суммарному объёму ресурса, который будет отправлен из этих элементов системы:

$$x_i = \sum_{j \in Q(i)} y_{ij}, \ i \in V \backslash \{v\}. \quad (14)$$

Из условий (13) и (14) следует, например, что для передающих элементов весь поступивший в них ресурс будет передан непосредственно следующим за ним элементам системы.

Общая проблема распределения однородного ограниченного ресурса в иерархических системах заключается в определении таких величин x_i, $i \in V$, и y_{ij}, $(i,j) \in A$, для которых выполняются ограничения (11) - (14) и принимают экстремальные значения критерии оптимальности, определяющие эффективность функционирования системы.

3.3. Исследование построенной математической модели

Произведем модификацию исследуемой системы распределения ресурса. Добавим узел i^0 с ограничениями на количество ресурса $B_{i^0} = \sum_{i \in V_S} B_i$, $C_{i^0} = \sum_{i \in V_S} C_i$, и дуги (v,i^0) и (i^0,v) с ограничениями на количества ресурса $l_{i^0 i} = B_i, p_{i^0 i} = C_i, i \in V_s, u\ l_{vi^0} = B_v, p_{vi^0} = C_v$.

В расширенной таким образом сети все узлы становятся передающими, и задача отыскания допустимого решения системы (11)-(14) сводится к задаче нахождения циркуляции или стационарного потока [5] в сети с дуговыми и узловыми ограничениями. Тогда с учетом введенных обозначений имеет место следующая теорема:

Теорема о циркуляции [5]

Для того, чтобы система ограничений

$$\sum_{j \in Q(i)} x_{ij} - \sum_{j \in R(i)} x_{ji} = 0, \ i \in V, \quad (15)$$

$$l_{ij} \le x_{ij} \le p_{ij}, \ (i,j) \in A, \quad (16)$$

была совместна, необходимо и достаточно, чтобы для каждого X, $X \subseteq V$, выполнялось неравенство

$$\sum_{i\in X}\sum_{j\in \overline{X}} p_{ij} \geq \sum_{j\in \overline{X}}\sum_{i\in X} l_{ji} .$$

Здесь X – произвольное подмножество V, а $\overline{X} = V \setminus X$.

Непосредственная проверка истинности условий этой теоремы имеет экспоненциальную вычислительную сложность, поскольку требует перебора $2^{|V|}$ (мощность множества всех подмножеств множества V) подмножеств узлов системы. Однако для практической проверки совместности системы и построения допустимого решения может быть применен метод расстановки пометок [5], вычислительная сложность которого полиномиально зависит от количества узлов в исходной системе.

Более эффективным для проверки на совместность системы ограничений (15) - (16) является модифицированный метод расстановки пометок [4], принимающий в расчет узловые ограничения системы. Суть модификации заключается в следующем. Пометка, присваиваемая очередному просматриваемому узлу, содержит номер предыдущего узла в искомой цепи и две вещественные величины, представляющие возможное увеличение потока на "входе" и "выходе" узла. В зависимости от направления дуги, соединяющей рассматриваемый узел с текущим помеченным узлом, одна из этих величин отражает потенциальное увеличение потока по этой дуге, а вторая – увеличение потока через узел.

Замечание. Применение классического метода расстановки пометок для решения задачи с ограничениями на дугах и в узлах предполагает дополнительное преобразование сети. Каждый узел i разбивается на два узла i' и i” без ограничений, соединенных дугой (i’,i”) с ограничениями li’i”=Bi, pi’i”=Ci. Узел i’ наследует все входящие дуги узла i, а узел i” – все исходящие. После этого в задаче остаются только ограничения на дугах.

4. Постановка оптимизационных задач планирования в потоковой интерпретации

Среди элементов системы распределения ограниченного ресурса в иерархических системах выделим "контролируемые", т.е. те элементы, которые определяют условия эффективного функционирования рассматриваемой системы. Для рассматриваемой газотранспортной системы в качестве контролируемых элементов могут выступать компрессорные станции, цеха компрессорных станций, нитки газопроводов. Множество «контролируемых» элементов обозначим через K, $K \subseteq V$, $|K|=k$.

Каждый из контролируемых элементов системы i, $i \in K$, определяет на заданном сегменте $[B_i,C_i]$ бинарное отношение “π”, отражающее его предпочтения относительно объёма ресурса, который он будет распределять, передавать или получать. В общем виде эти бинарные отношения могут быть заданы с помощью функций предпочтения $\chi_i(x_i)$ таких, что для двух величин $x_i^1, x_i^2 \in [B_i,C_i]$, $x_i^1 \pi\, x_i^2$, если $\chi_i(x_i^1)<\chi_i(x_i^2)$, $i \in K$.

Задача распределения однородного ресурса в системах сетевой структуры заключается в отыскании такого допустимого решения системы (11) - (14), при котором функции предпочтений принимают экстремальные значения:

$\chi_i(x_i) \to \mathrm{opt}$, $i \in K$. (17)

Полученная задача (11)-(17) является многокритериальной задачей с линейными ограничениями и критериями, вид которых определяется функциями предпочтений.

4.1. Кусочно-постоянные функции

Как и в [2] представим предпочтения контролируемых элементов кусочно-постоянными функциями $\chi_i(x_i,s_i^0,\ldots,s_i^p)$, определенными на множестве $[B_i,C_i]$, $i \in K$, со значениями из множества $\{0,1,\ldots,p\}$, где s_i^j, $j=0,1,\ldots,p$, - совокупность вложенных друг в друга сегментов, $s_i^j \subseteq s_i^{j+1}$, $s_i^j=[B_i,C_i]$, причем $\chi_i(x_i,s_i^0,\ldots,s_i^p)=t$, если $x_i \in s_i^t$ и $x_i \notin s_i^{t-1}$. Задача заключается в определении допустимого решения системы (11) - (14), на котором функции предпочтений принимают минимальные значения.

При таком способе задания предпочтений в качестве компромисса используется строгий порядок на множестве контролируемых элементов, что дает возможность применения простой и эффективной схемы поиска оптимального решения.

Поставленную задачу распределения ресурсов можно разбить на две подзадачи. Первая заключается в определении существования допустимого решения системы (11) - (13). Вторая состоит в определении среди допустимых решений наилучших с точки зрения заданных критериев.

4.2. Лексикографическое упорядочивание и двоичный поиск

Рассмотрим k-мерный (p+1)-ичный куб. Каждая вершина куба определяется k-мерным вектором $\bar{r}$, i-ая компонента которого принимает значения из множества {0,1,…,p}, i=1,...,k, причем нумерация контролируемых элементов отражает порядок убывания значимости элементов с точки зрения системы, заданный на множестве K. Вершине куба $\bar{r}$ поставим в соответствие систему линейных алгебраических неравенств, полученную из исходной системы (11) - (14) заменой сегментов допустимых значений для контролируемых элементов на соответствующие ограничения из систем вложенных сегментов.

Вектора, соответствующие вершинам куба, лексикографически упорядочиваются, и решение задачи сводится к нахождению наилучшей среди вершин, которым соответствуют совместные системы неравенств. При дихотомическом поиске вычислительная сложность предложенного метода имеет порядок $O(k\log_2(p+1))$.

Замечание. На практике возможен случай, когда количество контролируемых элементов k много больше, чем количество вложенных сегментов (p+1). Тогда возможно применение алгоритма поиска с другой оценкой вычислительной сложности [6].

Рассмотрим среди всех вершин куба только такие, для которых rj≥ri, если j≥i. Тогда поиск наилучшей в смысле порядка π вершины куба, соответствующей совместной системой неравенств, можно производить следующим алгоритмом за p+1 шагов. На первом шаге определяем путем двоичного деления наилучшую вершину среди вершин с m0 первыми компонентами вектора равными 0 и остальными – равными p. На следующем шаге фиксируем значения m0 первых компонент и ищем наилучшую вершину с совместной системой неравенств среди вершин вида (r1=0,...,rm0=0,rm0+1=1,...,rm1=1,rm1+1=p,...,rk=p) и так далее до p.

Так как на каждом шаге выполняется порядка O(log2k) операций, то общая трудоемкость этой модификации алгоритма поиска наилучшей вершины O(plog2k).

Недостатком предложенного метода можно считать сужение множества рассматриваемых вершин, однако, то ограничение, что более приоритетный элемент системы должен находиться в более предпочтительных условиях, представляется вполне естественным.

4.3. Линейные и квадратичные критерии

Функции предпочтений для контролируемых элементов системы могут быть линейными или квадратичными. При использовании аддитивной свертки критериев они порождают, соответственно, задачи линейного и квадратичного программирования, которые могут решаться классическими методами математического программирования (см., например, [7]). Однако, полученные в данной работе результаты, позволяют применить для решения таких задач метод, основанный на дискретизации сегментов возможных значений критериев, соответствующих контролируемым элементам системы. При условии выпуклости функций предпочтения (например, линейные и квадратичные функции) метод дискретизации сегментов возможных значений критериев строит систему вложенных сегментов, что позволяет, моделируя систему многомерным многозначным кубом, осуществлять решение задачи эффективными процедурами, имеющими приведенные выше оценки вычислительной сложности.

Заключение

Задачи планирования транспортировки газа рассматриваются как многокритериальные задачи распределения однородного ограниченного ресурса в многоуровневых иерархических системах с интервальными значениями характеристик. Предлагаются эффективные алгоритмы решения таких задач при квадратичных, кусочно-постоянных и линейных критериях оптимальности. Содержательное описание объекта соответствует реальным условиям многониточного магистрального газопровода ООО «Сургутгазпром».

Литература

1. Соркин Л.Р. Современные технологии управления в нефтегазовом комплексе. М., Изд-во МФТИ, 2003, 104с.

2. Прилуцкий М.Х. Многокритериальное распределение однородного ресурса в иерархических системах//Автоматика и телемеханика. 1996, №2, с.139-146.
3. Прилуцкий М.Х. Распределение однородного ресурса в иерархических системах древовидной структуры. Труды международной конференции "Идентификация систем и задачи управления SICPRO 2000". Москва, 26-28 сентября 2000г. Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН. М.: Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН, 2000, с.2038-2049.
4. Прилуцкий М.Х., Картомин А.Г. "Потоковые алгоритмы распределения ресурсов в иерархических системах". Электронный журнал "Исследовано в России", 39, стр. 444-452, 2003 г. http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2003/039.pdf
5. Форд Л., Фалкерсон Д. Потоки в сетях. Москва: Мир, 1966. 276 с.
6. Прилуцкий М.Х. Многокритериальные многоиндексные задачи объёмно-календарного планирования.// Известия АН. Теория и системы управления, 2007, №1, с. 78-82.
7. Зуховицкий С.И., Авдеева Л.И. Линейное и выпуклое программирование. Москва: Наука. 1967, 460 с.

Прилуцкий Михаил Хаимович. Родился в 1943 году. Окончил Горьковский государственный университет им. Н.И. Лобачевского в 1965 году. Доктор технических наук. Автор более 200 работ в области распределения ресурсов в сетевых канонических (многоресурсное сетевое планирование, календарное планирование и теория расписаний) и иерархических системах (потоки в транспортных сетях). Профессор Нижегородского государственного университета им. Н.И.Лобачевского.

Костюков Валентин Ефимович. Родился в 1949 году. Окончил Горьковский политехнический институт в 1977 году. Кандидат технических наук, доцент. Автор более 70 научных работ в области новых информационных технологий, постановок и решения оптимизационных задач принятия управленческих решений. Директор Федерального государственного унитарного предприятия «ФНПЦ НИИИС им. Ю.Е. Седакова», г. Нижний Новгород.